

1 2015年 自治医科大

楕円 $C: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  と直線 $L: x - 2y + 10 = 0$  について考える。

楕円 $C$ 上の点 $P$  から直線  $L$ に下ろした垂線と直線 $L$ の交点を $Q$ とする。

線分 $PQ$ の最大値を $M$ , 最小値を $m$  とするとき,  $\frac{M}{m}$  の値は  である。

2 2013年 東京医科大

座標平面上の楕円  $C: \frac{(x-a)^2}{b} + \frac{(y-c)^2}{2} = 1$  ( $a, b, c$  は正の定数)は

3点  $O(0, 0)$ ,  $A(4, 0)$ ,  $B(0, 2)$  を通るとする。

(1) 定数  $a, b, c$  は  $a = \boxed{\text{ア}}$ ,  $b = \boxed{\text{イ}}$ ,  $c = \boxed{\text{ウ}}$  である。

(2) 点  $P$  が楕円  $C$  上を動くとき、内積  $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{AP}$  の最大値を  $M$  とすれば  $M = \frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$  である。

3 2011年 久留米大

$x, y$  は実数で、曲線  $9x^2 + 16y^2 - 144 = 0$  を  $l$  とする。

(1) 曲線  $l$  上の点で、 $x + y$  の値の最大値は  である。

(2) 座標平面上の第一象限において、曲線  $l$  上の点を  $P$  とする。

曲線  $l$  上の点  $P$  における接線と、 $x$  軸、 $y$  軸とで囲まれる三角形の面積の最小値は

であり、このときの点  $P$  の座標は  である。

4 2014年 自治医科大

楕円  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$  上の点  $\left(\sqrt{3}, -\frac{3}{2}\right)$  における接線の傾きを  $k$  とする。

$\frac{4k^2}{3}$  の値は  である。

5 2014年 久留米大

点 $(p, 0)$ を通り，楕円 $4x^2 + y^2 = 4$ に接する直線の方程式は

$y = \boxed{\phantom{000}}$  および  $y = \boxed{\phantom{000}}$  で，接点の $x$ 座標は $x = \boxed{\phantom{000}}$

である。また， $p = \boxed{\phantom{000}}$  のとき，2つの接線は直交する。

ここで， $p$ は実数で  $p > 2$  とする。

6 2010年 日本大

点 $(2, 1)$ から楕円 $4x^2 + y^2 = 1$ に引ける接線のうち、傾きが大きいほうの接線の方程式は  である。

7 2009年 北里大

放物線  $C: y^2 = 4x$  の上に点  $P(a, b)$  をとる。ただし、 $b \neq 0$  とする。この放物線の焦点  $A$  の座標は  であり、点  $P$  における  $C$  の接線と法線の方程式は、 $b$  を用いてそれぞれ  $y = \text{}$  ,  $y = \text{}$  と表される。この法線と直線  $AP$  のなす角が  $\frac{\pi}{3}$  であるとき、正の数  $b$  の値は  $b = \text{}$  である。

8 2011年 東邦大

$k$  を定数とする。双曲線  $x^2 - y^2 = 1$  と放物線  $y = x^2 + k$  がちょうど2個の共有点をもつ

とき、 $k = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$  である。



9 2011年 慶應大

方程式  $2x^2 - y^2 + 8x + 2y + 11 = 0$  が表す曲線は,

頂点が  $(\boxed{\phantom{00}}, \boxed{\phantom{00}})$  と  $(\boxed{\phantom{00}}, \boxed{\phantom{00}})$ ,

焦点が  $(\boxed{\phantom{00}}, \boxed{\phantom{00}})$  と  $(\boxed{\phantom{00}}, \boxed{\phantom{00}})$  の双曲線で, その漸近線の

方程式は  $y = \boxed{\phantom{000000}}$  および  $y = \boxed{\phantom{000000}}$  である。

10 2013年 昭和大

双曲線  $H: \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  について、次の問に答えよ。

(i) 双曲線  $H$  の焦点の座標は  $(\boxed{\phantom{00}}, \boxed{\phantom{00}})$  である。

(ii) 双曲線  $H$  について正の傾きをもつ漸近線の方程式は、 $y = \boxed{\phantom{00}}$  である。

(iii) (ii)で求めた漸近線と直交する直線が  $H$  と接するとき、その接点の座標は

$(\boxed{\phantom{00}}, \boxed{\phantom{00}})$  である。

11 2010年 北里大

双曲線  $C: \frac{x^2}{3^2} - \frac{y^2}{2^2} = 1$  上の点  $A(5, a)$  が第一象限内の点のとき、 $a = \boxed{\phantom{00}}$  である。

点  $A$  における曲線  $C$  の接線  $l$  の方程式は、 $y = \boxed{\phantom{00}}$  である。

接線  $l$  が  $C$  の漸近線  $y = \frac{2}{3}x$  と交わる点を  $P$ 、もう1つの漸近線  $y = -\frac{2}{3}x$  と交わる点を  $Q$

とする。このとき  $AP$  の長さは  $\boxed{\phantom{00}}$ 、 $\frac{AP}{AQ}$  の値は  $\boxed{\phantom{00}}$  である。

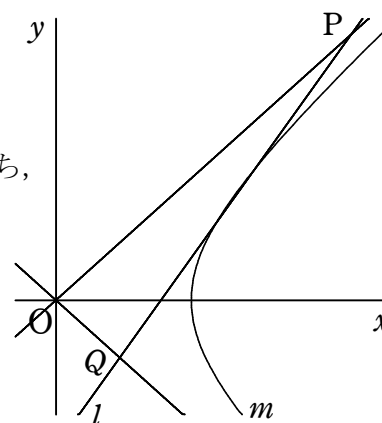
12 2013年 東邦大

Oを原点とする座標平面上に、双曲線 $m: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

( $b > a > 0$ )があり、 $m$  上のある点における接線  $l$  は  $x$  軸と点 $(\sqrt{2}, 0)$  で交わる。 $l$  と  $m$  の2つの漸近線との交点のうち、 $x$  座標の大きいほうをP, 小さいほうをQとする。

三角形OPQの面積が $3\sqrt{6}$ ,  $OP \cdot OQ = 15$ のとき,

$PQ = \boxed{\phantom{000}}$  である。



13 2013年 日本大

原点Oの座標平面において、双曲線  $\frac{(x-2\sqrt{2})^2}{6} - \frac{y^2}{2} = 1$  上の点Pから直線  $x=a$  に下

した垂線をPHとし、 $k = \frac{PH}{OP}$  とおく。点Pの位置に無関係に  $k$  の値が一定となるときの

$a$  の値と、そのときの  $k$  の値を求めなさい。 (答)  $a = \boxed{\phantom{000}}$ ,  $k = \boxed{\phantom{000}}$

14 2011年 東海大

曲線 $C$ が媒介変数 $t$ を用いて、 $x=5\cos t$ 、 $y=2\sin t$ と表されているとき、

曲線 $C$ の $t=\frac{2}{3}\pi$ に対応する点における接線の方程式は $y=\boxed{\phantom{000}}x+\boxed{\phantom{000}}$ であり、

法線の方程式は $y=\boxed{\phantom{000}}x+\boxed{\phantom{000}}$ である。

また、この法線と $x$ 軸との交点の座標は $(\boxed{\phantom{000}}, 0)$ である。

15 2014年 埼玉医科大

曲線  $C$  は  $\theta$  を媒介変数として、 $x = \cos \theta$ ,  $y = \cos^2 \theta \cdot \tan \frac{\theta}{2}$  (ただし、 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ )

で表される。

問1  $y$  を  $\theta$  で微分すると

$$\frac{dy}{d\theta} = \frac{\cos \theta}{\boxed{\phantom{00}}} \cos^2 \frac{\theta}{2} \left( \boxed{\phantom{00}} \cos^2 \theta + \cos \theta - \boxed{\phantom{00}} \right)$$

と表せる。

問2  $y$  が最大になるのは

$$\cos \theta = \frac{-\boxed{\phantom{00}} + \sqrt{\boxed{\phantom{00}} \boxed{\phantom{00}}}}{\boxed{\phantom{00}}}$$

を満たす  $\theta$  のときである。

問3 曲線  $C$  と  $x$  軸で囲まれた図形の面積は

$$\frac{\pi}{\boxed{\phantom{00}}} - \frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}}$$

である。

16 2011年 兵庫医科大

原点を $O$ とする $xy$ 平面上の点 $P(x, y)$ の時刻 $t$  ( $0 \leq t \leq \pi$ ) における位置が

$$x(t) = \cos 2t - 2\cos t, \quad y(t) = \sin 2t + 2\sin t$$

で与えられる。 $O$ を始点とする $P$ の位置ベクトルを $\vec{p}$ , 速度ベクトルを $\vec{v}$ とすると、次の各問に答えよ。

(1)  $\vec{p}$ ,  $\vec{v}$  のそれぞれの大きさ $|\vec{p}|$ ,  $|\vec{v}|$  を求めよ。

(答)  $|\vec{p}| = \boxed{\phantom{000000}}, \quad |\vec{v}| = \boxed{\phantom{000000}}$

(2)  $\vec{p}$  と  $\vec{v}$  が垂直になる。最初の時刻を $t_1$ , 2番目を $t_2$  とするとき,  $t_1$ ,  $t_2$  のそれぞれの値を求めよ。

(答)  $t_1 = \boxed{\phantom{000000}}, \quad t_2 = \boxed{\phantom{000000}}$

(3) 時刻 $t_1$ ,  $t_2$  の間に $P$ が動く道のりは $L = \int_{t_1}^{t_2} |\vec{v}| dt$  となることが知られている。

$L$  の値を求めよ。

(答)  $L = \boxed{\phantom{000000}}$



17 2011年 金沢医科大

極方程式  $r\cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = 6$ ,  $r\cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) = 3$  で表される二直線の交点の座標を

極座標で表すと,  $r = \boxed{\phantom{000}}$ ,  $\theta = \frac{\pi}{\boxed{\phantom{000}}}$  である。

18 2003年 関西医科大

点Oを極, 半直線OX を始線とする極座標における極方程式  $r = \frac{a}{1 + \cos \theta}$

(ただし,  $a$  は正の定数とする) は,  $xy$  座標においては  $x = \boxed{\phantom{000000}}$  と表される。

19 2008年 東京慈恵会医科大

座標平面上に極方程式で与えられた曲線  $C: r = 3e^{2\theta} (\theta \geq 0)$  がある。

$n$  を与えられた正の整数,  $\theta = 0, \theta = 2n\pi$  における曲線上の点を順に  $A, P$  とし,  
 $P$  におけるこの曲線の接線を  $l, l$  と直線  $x = 3$  との交点を  $Q$  とする。

このとき, 接線  $l$  の傾きは  であり, 線分  $PQ$  の長さは  である。

一方, 点  $A$  から  $P$  までのこの曲線の長さは  である。

20 2006年 岩手医科大

楕円  $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$  について以下の設問に答えよ。

(1) 原点Oを極として、この楕円の極方程式は、 である。

(2) 楕円上の2点AとBが  $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$  であるように動くとき、 $M = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$  の値は  である。

(3) 4点 P, Q, R, S がこの順で楕円上に時計回りに並んでいて、線分PRと線分QSは原点Oを交点として直交する。原点Oを極とする点Pの極座標を  $(r, \theta)$  とし、 $L = OP^2 + OQ^2 + OR^2 + OS^2$  とするとき、 $L$  を  $\theta$  の式で表すと、

$L =$   である。さらに、 $L$  の最大値は   $\left( \theta = \right.$    $\left. \right)$ ,

最小値は   $\left( \theta = \right.$    $\left. \right)$  である。ただし、 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  とせよ。